

混合融资模式下的中小零售企业订货决策研究^{*}

• 吴勇民^{1,2} 陈凯月³

(1 吉林大学数量经济研究中心 长春 130012; 2 吉林大学商学与管理学院 长春 130015;
3 运球国际物流(上海)有限公司 上海 200082)

【摘要】供应链金融为缓解中小零售企业的融资难问题开辟了新的途径。本研究基于 Stackelberg 博弈的报童模型,将供应链金融的商业信用与存货质押两种融资模式相结合,建立起一个混合融资模式下的中小零售企业的订货决策模型,考察了在市场随机需求条件下中小零售企业的订货决策问题。通过具体的算例分析和参数敏感性分析可知:在混合融资模式下,零售企业采购价格、信用期限、存货质押融资利率、自有资金保有量、商品残值、销售周期和商品售价等因素显著影响中小零售企业的最优订货决策。

【关键词】混合融资模式 中小零售企业 订货决策

中图分类号: F272; F253.4 文献标识码: A

1. 引言

实体经济领域的广大中小微经济体是我国经济中最具活力的部分,其重要性不言而喻。然而,长期以来,融资难、融资贵却是制约中小企业发展的难点和痛点问题。对于分布在供应链下游的中小零售企业而言,订货决策直接影响其运营决策,但订货资金的约束往往使得它们无法实现最优的订货量,影响其健康发展。中国连锁经营协会与德勤中国联合发布的《新冠肺炎疫情对中国零售行业财务及运营影响调研报告及行业趋势展望》报告显示,约 26% 的调研对象企业已经或将于 3 个月内出现资金短缺情况,另外约 26% 调研对象企业预计在 12 个月内会出现资金短缺,行业总体融资需求增加^①。在新冠肺炎疫情冲击的影响下,很多中小微经济体更是因为陷入融资困境而破产。以

^{*} 基金项目:国家社会科学基金项目“金融错配的演化生成机理与服务于实体经济的路径优化研究”(项目批准号:18BJL074)。

通讯作者:吴勇民, E-mail: wuym@jlu.edu.cn。

^① 中国连锁经营协会. 新冠肺炎疫情对中国零售行业财务及运营影响调研报告及行业趋势展望 [EB/OL].
<http://www.ccfa.org.cn/portal/cn/index.jsp>.

2020 年零售业为例, 上蔬永辉、易果生鲜、觅蔬生鲜等企业由于无法获得足够的资金而破产, 因失去了资本的注入, 英国最大零售商 TESCO 出售了在华的全部股份, 退出了中国市场^①。

为解决中小零售企业的融资难题, 国内外学术界和实业界都展开了富有成效的探索, 其中, 供应链金融模式的创新被广泛认为是解决这一难题极具潜力的途径之一。供应链金融是从供应链的整体视角, 审视供应链系统中广大中小企业的融资问题, 在评价中小企业的信用时, 将供应链整体的物流、资金流、信息流及其相应资产考虑在内, 通过把供应链企业交易过程中出现的存货、应收账款等贸易凭证作为“抵押物”, 将传统企业间的商业信用转化为供应链信用, 能有效降低第三方金融机构对中小企业的融资门槛。因此, 在传统融资模式下面临融资困境的中小企业, 在供应链金融模式中, 不仅融资的成功率会大幅提升, 而且融资成本也会明显降低。学术界的研究表明, 通过延期付款条件下供应链商业信用融资可以实现中小零售企业的订货决策优化, 通过存货质押的方式也可以在很大程度上缓解中小零售企业的融资约束。鉴于供应链金融模式能有效缓解中小企业融资约束问题, 国家先后出台了一系列支持供应链金融发展的政策和文件, 特别是《2021 年政府工作报告》在提出解决小微企业融资难题的具体举措时, 特别提及“创新供应链金融服务模式”, 将大力发展供应链金融上升为国家战略。

在实践中, 目前中小零售企业缓解订货资金约束问题通常采用两种方法: 一种是通过供应链内部进行融资。供应商在销售产品时, 为零售商让渡一定的延迟付款期限, 实质是通过零售企业的商业信用而获得卖方给予的短期内部融资。供应链内部融资能够简化融资流程, 省略固定资产抵押的步骤, 这是因为供应链内部成员掌握着更全面的生产、市场信息, 对融资企业的商业信用有更精准的评价, 并且由于债权人与债务人同属一条供应链, 即便在债务人破产后, 对于滞销的产品, 债权人也有更强的变现能力。在我国, 有 90% 的企业为客户提供过赊销信用服务^②。另一种方法是通过供应链外部融资。供应链外部融资是中小零售企业与第三方金融机构合作, 通过金融机构提供的供应链金融服务缓解其资金周转难题。目前, 存货质押融资是实践中应用最广泛的模式, 并进一步衍生出融通仓、保兑仓等模式, 这些模式在解决中小零售企业的融资难题上发挥了重要作用。

然而, 在中小零售企业面临资金短缺时, 采用供应链内部融资通常会产生一系列不良后果, 因为供应商通过商业信用给予零售商赊销服务时, 虽然一定程度上缓解了零售商的资金压力, 但挤占了供应商的流动资金, 给供应商带来资金压力, 有可能导致供应商因为资金短缺无法进行正常的生产活动, 无法保证正常的交货时间, 影响供应链运营的效率, 增加供应链运营的风险。而采用供应链外部融资却由于零售企业往往缺乏足够的抵质押资产无法获得足够的银行授信, 在实际办理存货质押业务时, 需要供应商承担一定的担保责任。因此, 如何通过融资模式的创新, 缓解中小零售企业的融资约束问题, 实现其订货决策的优化, 对于提升中小零售企业的竞争力, 促进其健康发展无疑具有重要的理论意义和现实意义。基于这样的认识, 本文将供应链金融的商业信用与存货质押两种融资模式相结合, 建立起一个混合融资模式下的中小零售企业的订货决策模型, 考察在市场随机

① 腾讯网. 国内零售企业破产倒闭, 外资零售巨头退出中国市场? [EB/OL]. <https://new.qq.com/omn/20220623/20220623A08KBZ00.html>.

② 科法斯. 2014 科法斯中国企业信用风险报告 [EB/OL]. <https://www.coface.com.cn/News-Publications-Events/Publications/Reality-Check-Corporate-Payment-Trend-and-Sectorial-Risk-in-China>.

需求条件下中小零售企业的订货决策问题。通过具体的算例分析可以得出如下结论：在混合融资模式下，零售企业采购价格、信用期限、存货质押融资利率、自有资金保有量、商品残值、销售周期和商品售价等因素显著影响中小零售企业的最优订货决策。这些研究结论对于中小零售企业的订货决策具有重要的参考价值。

2. 文献回顾

目前，国内外学术界对零售企业的订货决策研究主要集中于三个方面，一是延期付款条件下订货决策研究，二是存货质押条件下订货决策研究，三是混合融资模式的订货决策研究。

2.1 延期付款条件下订货决策研究

供应链企业间的商业信用融资主要是通过延期付款的方式实现的，因此，学术界对商业信用融资的研究多集中于延期付款条件下的订货决策方面。Goyal（1985）、Aggarwal 和 Jaggi（1995）、Chung（1998）研究了在一定的延期付款条件下，单个企业的生产、订货、库存等问题，但他们的研究多侧重于研究延期付款对订货决策的影响，较少研究零售商的最佳订货策略。Jamal 等（2000）、Song 和 Cai（2006）的研究更进一步，他们在延期付款与可变质商品条件下，建立了一个面向销售系统的模型，实现了确定零售商的最佳信用期长度以达到成本最小化，并给出最优解。国内学者夏海洋、黄培清（2008）在供应商提供延期付款的前提下，从下游零售商的角度建立了模型，研究了如何通过改变订货决策与营销投入，以实现利润最大化。张义刚、唐小我（2009）在经济订货批量（EOQ）模型基础上，从零售商视角，建立了贸易信用与现金折扣条件下的年费用总函数，通过分析得出在不同条件下确定最佳订货策略的方法。刘涛等（2010）基于一条只包含单个供应商和零售商的供应链，在协调供应链的研究中加入延期付款融资，通过对不同的模型进行比较，证实了延期付款融资能够帮助供应链实现帕累托改善。占济舟、卢锐（2016）从零售商和供应商的共同利益出发，讨论了零售商融资策略选择的条件。沈建男、邵晓峰（2021）基于两个制造商与单一零售商组成的供应链结构，构建了不同付款方式组合下的供应链动态博弈模型，重点探讨了资金约束制造商的最优付款选择条件以及各参数的影响。杨睿琳等（2022）则从零售商竞争角度研究了订单转保理融资模式下供应链融资和库存决策问题，分析了零售端竞争和保理费用如何影响供应链库存与融资决策。

2.2 存货质押条件下订货决策研究

在存货质押融资模式下的企业订货研究方面，Buzacott 和 Zhang（2004）首创性地将融资纳入经营决策，建立了一个没有已知的、外生决定的预算约束的模型，该文证明了进行生产运营决策时需要将资金约束考虑在内，这对企业有重要作用。在此基础上，张媛媛、李建斌（2008）将研究条件由存货质押延伸到当前热门的仓单质押模式，以两阶段的决策过程，探讨了企业的库存决策问题。

陈祥锋、朱道立（2008）在外部融资的条件下，基于一条只包含单个供应商和零售商的供应链，研究了在零售商资金约束的情况下融资对订货策略的影响。张钦红、赵泉午（2010）研究了季节性存货融资质押率的决策问题和需求随机变化时的存货融资质押率的决策问题。徐鹏、王勇（2011）在经济订货批量（EOQ）模型基础上，建立起一个存货质押模式下的订货决策模型，研究了零售商的最佳订货批量与订购周期，最后通过算例进行分析验证。李毅学等（2011）在物流金融的存货质押融资模式中，进行了 Stackelberg 动态博弈分析，博弈双方为融资企业和物流企业，研究了物流企业的最佳质押率决策。该文选择从物流企业的视角研究融资企业的订货决策，通过对融资企业的物流控制，控制融资企业的质押存货优先卖出，并且在确认融资企业还款无望时，控制融资企业的再订货业务。江玮璠（2013）在随机需求的情况下，构建了一个库存管理模型，在此基础上，研究了零售商在进行存货质押融资业务时，能够获得最大销售利润的最佳业务办理次数。

2.3 混合融资模式的订货决策研究

国内学者对多种混合融资模式也进行了探索。朱文贵等（2007）研究了在供应商提供延期支付服务的条件下，结合零售商物流运营策略，分析了第三方物流企业在为零售商提供存货质押服务时的定价方法，但研究的重点在于零售商的存货质押订价，忽视了零售企业的订货决策。徐贤浩等（2011）通过建立一个将存货质押与商业信用相结合条件下的库存决策模型，研究了资金短缺条件下的零售商的库存策略，但仍然没有对零售企业的订货决策问题进行系统研究。孔伟、马中华（2014）基于供应链协调的视角，研究了贸易信用和存货质押混合融资模式下的中小企业交易决策问题，没有对零售企业的订货决策进行系统研究。除此之外，国内学者也探讨了中小企业其它类型的混合融资模式。比如，束依睿（2019）基于一个资金约束的制造商和一个零售商的两级供应链，研究了两种不同的混合融资方式，即股权融资与银行信贷混合融资、股权融资与零售商提前支付。杨宏林等（2022）基于一个资金约束的零售商和制造商组成的双渠道供应链系统，研究了零售商可以利用银行借贷和外部股权投资的混合融资模式实现订购决策的优化。但二者的研究都没有将延期付款和库存融资相结合。

通过上述文献的梳理，不难发现，由于研究的侧重点不同，现有的文献研究仍存在一些局限性。比如，在实践中，存货问题是导致中小零售企业资金紧张的重要原因之一，因此，如何通过优化库存管理缓解中小企业的资金约束是中小零售企业关注的核心问题之一。同时，中小零售企业在缓解资金约束问题时，采用的融资方式是多样的，并且多数中小零售企业在具有一定的自有资金的条件下，往往采用商业信用融资和存货质押融资的混合融资模式，这样可以有效控制融资带来的风险。更重要的是，在研究存货融资时，初始资金的可得性也是一个常常被忽略的问题。忽视中小企业运营的现实特征会导致研究结论与中小企业的实际运营状况不符，政策结论容易出现误导。

鉴于目前国内外学者研究的局限性，与现有文献相比，本文的研究具有以下三点贡献：

第一，充分考虑了目前中小零售企业的实际运营状况，特别是中小零售企业在面临资金约束状况时，往往采用商业信用与存货质押两种融资模式相结合的方式来缓解资金约束，因此，本文基于供应链金融对中小企业融资约束的缓解视角，创新性地考虑了中小零售企业在实际运营过程中经常

采用的信用融资和存货质押融资的混合融资模式。通过建立起一个商业信用和存货融资相结合的混合融资模式下的中小零售企业的订货决策模型，考察市场在连续随机需求条件下中小零售企业的订货决策问题。因此，本文的研究成果能够丰富供应链金融的相关理论研究。

第二，创新性地考虑了中小零售企业自有资金对其订货决策的影响。众所周知，在中小零售企业的订货决策中，中小零售企业通常拥有一部分自有资金，资金的来源结构中除了外部融资之外，还有自有资金，因此，本文充分考虑了中小零售企业实际资金情况，把中小零售企业的自有资金作为一个重要变量置于模型中。

第三，影响中小企业订货决策的因素具有明显的复杂性特征，本文将影响中小零售企业订货决策的因素置于混合融资的模型中，并通过一个算例对影响中小零售企业的因素进行参数敏感性分析，系统考察影响其订货行为的因素，研究结论对于中小零售企业的订货决策具有重要的实际参考价值。

3. 混合融资模式下的中小零售商订货决策模型

3.1 问题描述

中小零售企业的资金缺口主要出现在发生应付账款后到发生应收账款期间，在还未出售产品前的存货期资金缺口达到最大（见图 1）。结合单周期供应链运营特点，为弥补零售企业在存货时期出现的资金缺口，本文采用如下混合融资策略：在支付应付账款期间，考虑单周期需求下的供应链成员内部融资，即采用供应链内部融资延期支付货款模式减轻资金压力，零售企业可以得到由供应链上游的供应商提供的延期付款（商业信用的一种）融资，在商品信用期结束后到销售期结束前的一段时间，采取存货质押融资缓解资金缺口。

为更贴合企业的实际，本文考虑零售企业的初始资金不为零，在信用期结束后，零售企业用自有资金和销售所得来支付延期货款，如果以上款项不足以支付延期货款，零售商在信用期结束后，可以将未销售的货物通过自身的第三方物流服务提供商进行存货质押融资，以自有现金、贷款和信用期销售收入支付延期货款。在货物销售期结束后，如果零售商有足够的销售所得，则以销售所得支付存货质押的本金和利息。如果零售商销售所得不足以支付存货质押融资的本金和利息，则将滞销货物按照残值处理，零售商破产，残值所得归银行和第三方物流企业所有。

3.2 模型假设

（1）本文考虑的供应链，是由一个供应商和一个零售商构成的单周期供应链系统。

（2）供应链采取 Push 合同，即在市场需求未确定的情况下，零售商确定订货量 q ，供应商按照订货量生产后交给零售商，零售商承担库存风险。

（3）假设供应链企业之间具有完全的信息，供应链上的供应商与零售商采用 Stackelberg 博弈，供应商是主导厂商，零售商为从属厂商。

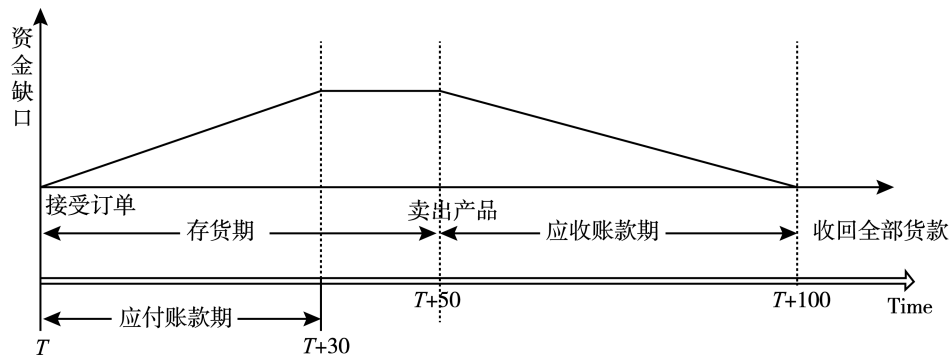


图 1 中小企业资金缺口示意图

- (4) 假定供应商、零售商和银行都是风险中性的，都以收益最大化为目标。
- (5) 市场需求是连续且随机的，商品的市场需求量与产品销售时间的长度成正比。
- (6) 供应商给予零售商的支付货款的方式是在信用期内支付货款，即延期付款，并且商业信用期短于商品销售期。
- (7) 供应商货物不允许缺货，即生产是稳定的，并且在零售商确定订货批量后，供应商的库存能够满足需求。
- (8) 融资资金本金与利息必须在一次供应期末返还第三方物流企业与银行。
- (9) 本文将资金收益率定义为资金机会收益率 (i)。零售商从商业信用中获得的资金收益是零售商在资金使用期间所获得的价值增加额。而供应商提供给零售商的延期付款，相当于供应商丧失了资金的机会收益，因此，零售商从商业信用获得资金收益与供应商的资金机会收益是相同的，进一步，资金收益率在数值上等于资金机会收益率。

根据以上假设，本文模型参数与含义设定如表 1 所示：

表 1 模型参数及含义

参 数	含 义
q	零售商订货量
B	零售商自有资金保有量
c	供应商单位生产成本
w	零售商采购价格
p	零售商销售单价，并且 $c < w < p$
R	零售商利润
v	周期末未出售单位产品残值
M	供应商给予零售商的信用期
r	存货质押融资贷款利率

续表

参 数	含 义
i	资金收益率/资金机会收益率
T	销售周期
S	供应商利润
x	销售周期的市场需求量
$F(x)$	市场需求的概率分布
$f(\cdot)$	市场需求的密度函数

3.3 考虑自有资金条件下的零售企业订货决策模型

3.3.1 模型建立

在 Stackelberg 博弈中，供应链上游的供应商占据着主导地位，供应商首先制定商品的价格、商业信用的时间。在完全信息条件下，下游的零售商在收到领导者的决策信息后，可以确定自身最优订货批量。在期初零售商采购 q 单位的货物，供应商给予零售商 M 时长的信用期，待期末产品卖出后再返还供应商货款，其中销售周期为 T ，这里假设 $M < T$ ，销售量和销售时间的长度成正比。由于市场需求是随机的，需求的波动会对中小零售企业的订货决策产生直接影响，进而影响它的利润。当市场的需求波动较小时，零售企业的销售收入较为稳定，因此，在信用期内，零售企业在支付延期贷款和偿还质押贷款时会减少很多的不确定性，其订货量和利润就会处于一个较为稳定的区间。当市场的需求波动较大时，零售企业的销售收入就会出现较大的波动，由于资金回笼不稳定，在信用期内，零售企业在支付延期贷款和偿还质押贷款时会带来更多的不确定性，其订货量和利润就会有较大的波动。因此，在分析零售企业的订货决策时，需要考虑市场需求的波动。市场需求可能出现如下三种情况：

其一，市场需求大，信用期内的销售收入加上自有资金可以支付延期贷款，零售企业可在信用期内支付延期贷款。

其二，市场需求较小，信用期内的销售收入加上全部自有资金不足以支付延期贷款；零售企业不可在信用期内通过销售货物和自有资金支付延期贷款。零售企业在信用期后，将未销售的货物通过自身的第三方物流供应商进行存货质押融资，以自有现金、贷款和信用期销售收入支付延期贷款。销售期末，零售企业可以支付贷款本金和利息，最后将滞销的货物按照残值记入零售商的收入。

其三，市场需求非常小，在信用期末，零售企业不能通过销售货物和自有资金支付延期贷款。零售企业在信用期末，可以将未销售的货物通过自身的第三方物流供应商进行存货质押融资，以自有现金、贷款和信用期销售收入支付延期贷款。销售期末，零售企业的销售收入较低，不足以支付贷款本金和利息，中小零售企业破产，剩余货物按残值处理，所得归第三方物流企业与银行所有。

综上，市场的需求存在着以下两个临界值：

(1) 在信用期内, 零售商的销售收入和全部自有资金刚好可以支付供应商的延期贷款, 即:

$$p \frac{M}{T} x_1 = wq - B \quad (1)$$

设 $\beta_1 = \frac{Tw}{Mp}$, $K = \frac{TB}{Mp}$, 简化后得:

$$x_1 = \frac{T(wq - B)}{Mp} = \beta_1 q - K \quad (2)$$

(2) 在信用期内到销售期末, 零售商的销售收入和全部自有资金刚好可以支付贷款本金利息, 即:

$$p \left(1 - \frac{M}{T} \right) x_2 = \left(wq - p \frac{M}{T} x_2 - B \right) [1 + r(T - M)] \quad (3)$$

设 $\beta_2 = \frac{Tw[1 + r(T - M)]}{p[T + Mr(T - M)]}$, $U = \frac{TB[1 + r(T - M)]}{P[T + Mr(T - M)]}$, 简化后得:

$$x_2 = \frac{T(wq - B)[1 + r(T - M)]}{p[T + Mr(T - M)]} = \beta_2 q - U \quad (4)$$

根据以上两个临界值, 对可能出现的以下三种情况进行讨论:

第一种情况, 当 $\beta_2 q - U < x < \beta_1 q - K$ 时:

零售商的销售收入和残值收入为:

$$p \int_{\beta_2 q - U}^{\beta_1 q - K} x f(x) dx + v \int_{\beta_2 q - U}^{\beta_1 q - K} (q_1 - x) f(x) dx$$

支付的延期贷款、存货质押贷款本金和利息为:

$$\int_{\beta_2 q - U}^{\beta_1 q - K} f(x) \left\{ [r(M - T) + 1] \left(qw - B - \frac{Mpx}{T} \right) + \frac{Mpx}{T} + B \right\} dx$$

第二种情况, 当 $\beta_1 q - K < x < q$ 时:

零售商的销售收入和残值收入为:

$$p \int_{\beta_1 q - K}^q x f(x) dx + v \int_{\beta_1 q - K}^q (q - x) f(x) dx$$

支付的延期贷款为:

$$\int_{\beta_1 q - K}^q wq f(x) dx$$

第三种情况, 当 $x > q$ 时:

零售商的销售收入为:

$$pq \int_q^\infty f(x) dx$$

支付的延期贷款为:

$$\int_{q_1}^\infty wq f(x) dx$$

由于供应商给予零售商信用期, 则零售商得到的收益等同于供应商需要承担的资金成本, 即:

$$Mi(qw - B)$$

因此, 零售商的期望利润为:

$$\begin{aligned}
 R = & - \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} f(x) \left\{ [r(M-T) + 1] (qw - B - \frac{Mpx}{T}) + \frac{Mpx}{T} + B \right\} dx + p \int_{\beta_{1q}-K}^q xf(x) dx \\
 & + p \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} xf(x) dx - \int_{\beta_{1q}-K}^q (qw)f(x) dx - \int_q^\infty (qw)f(x) dx + pq \int_q^\infty f(x) dx \\
 & + v \int_{\beta_{1q}-K}^q (q-x)f(x) dx + v \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} (q-x)f(x) dx + Mi(qw - B)
 \end{aligned} \quad (5)$$

设 $a = r(M-T)$, $b = \frac{M}{T}$, 简化 R 得:

$$\begin{aligned}
 R = & - \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} f(x) [(a+1)(qw - B - bpx) + bpx + B] dx - \int_{\beta_{1q}-K}^q (qw)f(x) dx - \int_q^\infty (qw)f(x) dx + \\
 & p \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} xf(x) dx + p \int_{\beta_{1q}-K}^q xf(x) dx + pq \int_q^\infty f(x) dx + v \int_{\beta_{1q}-K}^q (q-x)f(x) dx + Mi(qw - B) \\
 & + v \int_{\beta_{2q}-U}^{\beta_{1q}-K} (q-x)f(x) dx
 \end{aligned} \quad (6)$$

因此, 供应商的期望利润为 S , 即:

$$S = (w - c)q - Mi(qw - B) \quad (7)$$

3.3.2 模型求解

下面根据 Stackelberg 博弈的先后顺序对模型求解。由于供应商是领导厂商, 首先根据供应商期望利润函数最大化的一阶条件 (公式 (8)) 算出一个关于资金收益率 i 的函数。然后将其代入关于零售商期望利润最大化的一阶条件 (公式 (9)), 可以得出零售商的最佳订货量。

$$\frac{\partial S}{\partial i} = (w - c - iwM) \frac{\partial q}{\partial i} - wqM + MB = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial R}{\partial q} = 0 \quad (9)$$

其次, 将零售商最佳订货量代入通过上面计算得到的关于 i 的函数, 可以算出最佳资金收益率。

再次, 将零售商最佳订货量和最佳资金收益率代入公式 (1) 和 (4), 可以算出供应商和零售

商最大期望利润的条件, 即当 $i = \frac{w - c - q\alpha + \frac{B\alpha}{w}}{wM}$ 时, 供应商与零售商可以达到最大期望利润。详细求解过程和结果见文末附录。

4. 算例与参数敏感性分析

本节将通过一个算例来验证模型的有效性, 通过参数敏感性分析, 对中小零售企业的订货策略进行探讨。

4.1 算例分析

由于本文的研究基础为报童模型,在选择算例借鉴物时,本文选择了生命周期短的某品牌酵母面包。作为一种典型的生活必需品,酵母面包的单位价值低、生命周期短(保质期 65 天)、需求波动较小,并不像某些季节性产品的需求呈季节性变化,因此,本文在进行算例分析时,假设该品牌酵母面包需求包数服从 $[90, 100]$ 上的均匀分布。该面包在 60 天销售期结束时,若保质期未过(近保质期),可以采取低价打折促销的方式利用残值,如果保质期已过,则拆解再利用面包,如再加工为饲料等,所以在模型中将酵母面包的残值设置为 2 元/包。

其余的相关参数设置如下:酵母面包零售商的自有资金保有量为 100 元,酵母面包售价为 $p=12$ 元/包,根据模型假定,该酵母面包残值 $v=2$ 元/包,零售商的采购价格 $w=8$ 元/包,该酵母面包的生产成本为 $c=4$ 元/包,该面包的销售周期为 $T=60$ 天,其信用期为 $M=30$ 天,存货质押融资的利率为 $r=0.002$ 元/天。本文借助 matlab (2016) 进行计算,计算结果如下:零售商的最优订货量是 $q=81$ 包;零售商的最大期望利润为 $R=158.3921$ 元;零售商的最优机会收益率为 $i=0.0046$;供应商的最大期望利润 $S=318.0188$ 元。把参数输入相应的公式之后,可以对影响零售企业订货决策参数进行敏感性分析。

4.2 参数敏感性分析

本文将对影响零售企业订货决策的主要参数进行敏感性分析,即:零售企业采购价格、商业信用期限、存货质押融资利率、自有资金保有量、商品残值、销售周期和商品售价。根据酵母面包及其零售商的实际经营情况,为参数设置变动范围,汇总如表 2 所示:

表 2 参数敏感性分析赋值表

参 数	赋 值 范 围
B	零售企业自有资金保有量为 0~400 元
w	零售企业采购价格为 4~9 元/包
p	零售企业销售单价为 11~15 元/包
v	周期末未出售单位产品残值为 1~4 元/包
M	供应商给予零售商的信用期限为 20~40 天
r	存货质押融资利率为 0.001~0.005 元/天
T	销售周期为 50~90 天

4.2.1 零售企业采购价格敏感性分析

零售企业采购价格因素发生变化时,将对 4 个关键指标产生影响,分别为最优订货量、供应商

的最大期望利润、零售商的最大期望利润和最优机会收益率。本文将零售企业采购价格的变化范围设置为 4~9 元，敏感性分析结果如图 2 所示。

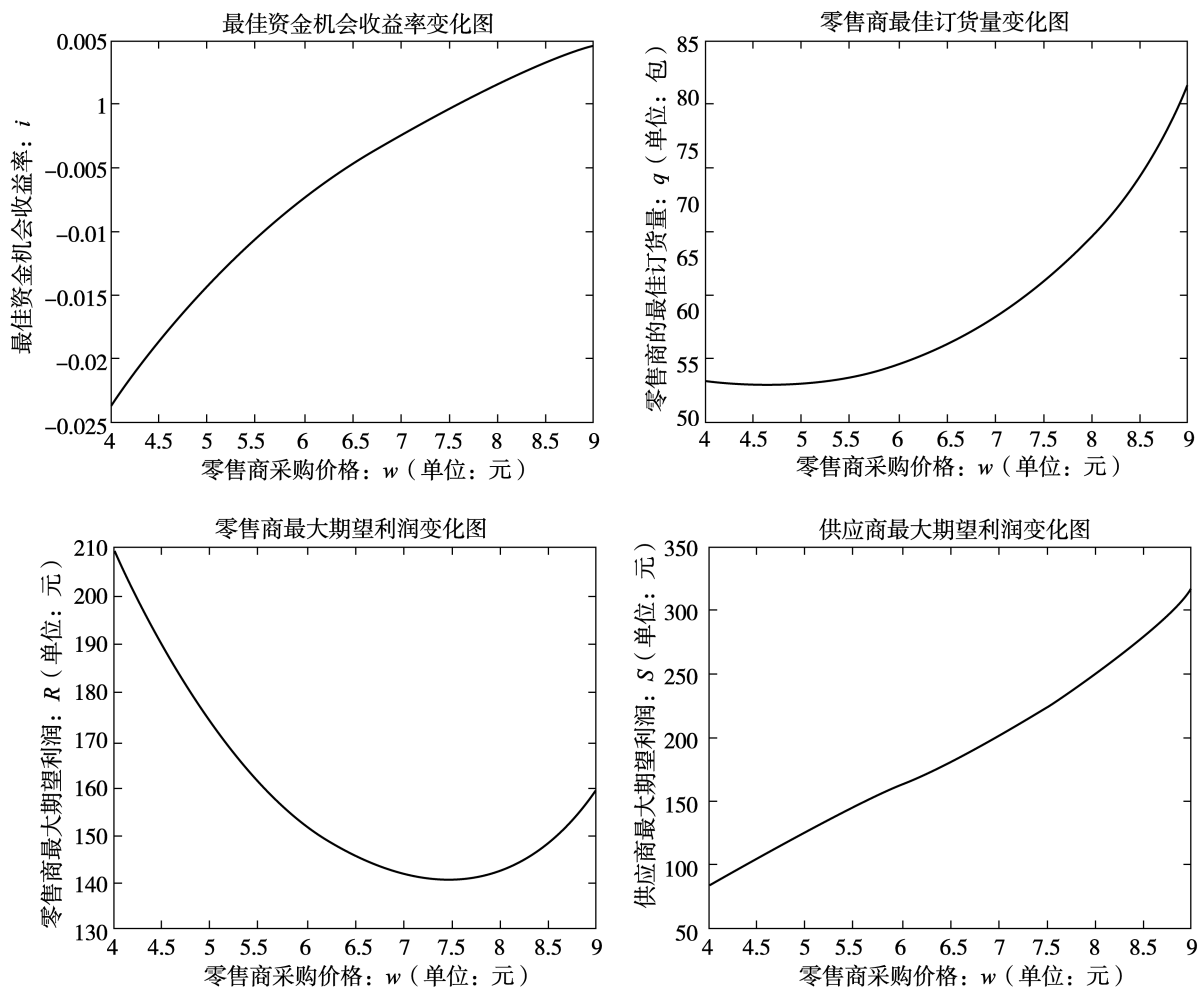


图 2 零售商采购价格的敏感性

由图 2 可知，随着零售企业采购价格的改变，四项关键指标均有大幅的变动，可见零售企业的采购价格是一个敏感性因素。

(1) 在其他变量固定的情况下，随着零售企业的采购价格的上升，其最佳订货批量呈现上升的趋势，表明随着零售商采购价格的提升，零售商逐渐倾向于增加订货批量。这是由于最佳资金收益率不断的提升，即随着零售商采购价格的不断增加，供应商为零售商分担的风险逐渐增加，零售商自身承担的风险降低，于是最佳订货批量由此提升。

(2) 随着零售商采购价格的上升，最佳资金机会收益率不断上升，并且由负值变为正值；这代表在零售商采购价格较低时，供应商给予零售商的延期付款模式并非免息的，而是需要支付一定的利息。但随零售商采购价格的提升，机会收益率变为正值，表明零售商可从延期付款模式中获利。

(3) 随着零售商采购价格的提升, 零售商最佳期望利润呈现出先降后升的特征。这是因为, 伴随零售商采购价格和订货量的增加, 资金机会收益率经历了由负向正的变化。前期零售商采购价格和数量的增加, 增加了成本, 同时, 资金收益率为负, 零售商的期望利润降低了。后期尽管价格和数量也在增加, 但资金机会收益率却由负转正, 零售商的期望利润增加了。这表明, 零售商的期望利润对资金的机会收益率的变动较为敏感, 由此导致了零售商的期望利润先降后升。

4.2.2 信用期限敏感性分析

把供应商给予零售商的信用期限变化范围设置为 20~40 天进行敏感性分析, 结果如图 3 所示。由图 3 信用期的敏感性分析可知, 随着信用期限的改变, 四项关键指标均有大幅的变动, 可见信用期长度是一个敏感性因素。

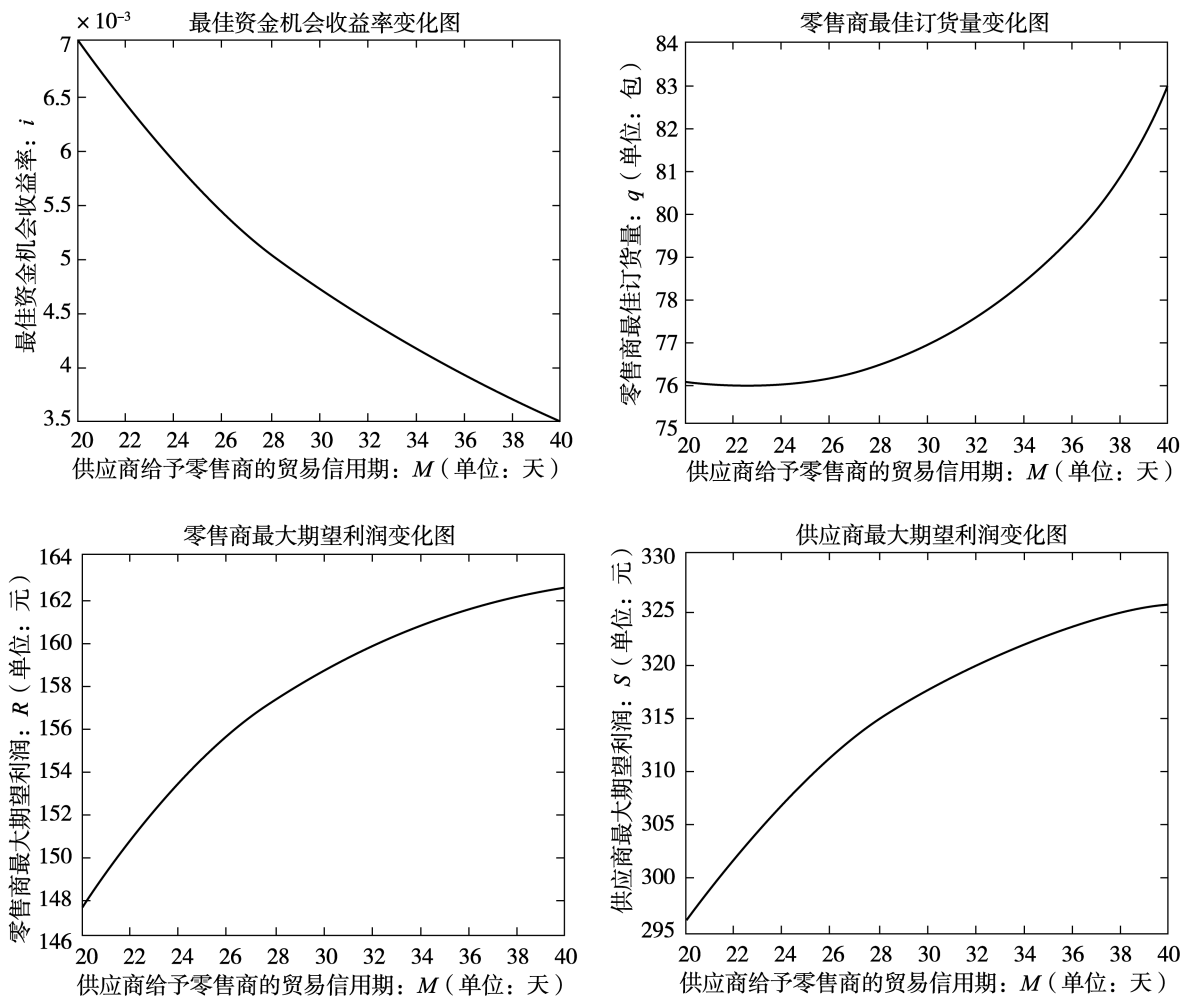


图3 信用期限的敏感性

①随着供应商给予零售商的信用期限延长, 零售商的最佳订货批量有所上升。联系实际, 在没

有供应商提供给零售商延期付款的情况下，即在非商业信用条件下，在零售商自有资金不足以支付货款时，零售商订货批量将受制于自有资金量，倾向于只订购较小的订货批量。在延期付款的信用条件下，在供应商给予的信用期由短变长时，供应商为零售商分担的风险逐渐提升，零售商承担的风险逐渐降低，零售商倾向于提升订货批量以博取更大的利润。

(2) 随着供应商给予零售商的商业信用期延长，整体来看，供应商与零售商的最大期望利润逐渐提升，但增速逐渐放缓。可见其符合边际收益递减规律。结合实际，在确定信用期限、签订采购合同时也要考虑到该影响，一方面要通过延长信用期来提升供应商与零售商的最大期望利润，另一方面也要考虑到过长商业信用期将资金风险转嫁到供应商，进而影响整条供应链的资金安全。

(3) 随着供应商给予零售商的信用期的增长，最佳资金机会收益率不断降低。结合实际，由于信用期将零售商的部分资金风险转移到供应商处，随着信用期的增长，该资金风险也会随之增加，为了将该风险控制可控范围内，供应商会采取一些策略（如收取部分利息、缩短信用期等），故而最佳资金收益率会呈现下降趋势。由此可知在供应商与零售商签订订货协议时，需要考虑到商业信用期长度对最佳资金收益率的影响。

4.2.3 存货质押融资利率敏感性分析

把存货质押贷款利率的变化范围设为 0.001~0.005 进行敏感性分析，图 4 显示了存货质押贷款利率对四个关键指标的影响。

由图 4 可以看出，随着存货质押贷款利率的改变，四项关键指标均有大幅的变动，可见存货质押贷款利率是一个敏感性因素。

(1) 随着存货质押融资利率的提高，最佳资金收益率、供应商最大期望利润、零售商最大期望利润、最佳订货批量均会有所降低。结合实际，在实际业务中，随着存货质押融资利率的提升，为了避免大订货批量带来的资金压力，零售商会倾向于减小订货的批量，这直接影响到零售商与供应商的期望利润，供应商最大期望利润、零售商最大期望利润都会随之有所下降。

(2) 随着存货质押融资利率的提高，最佳资金机会收益率也会有所下降，但是下降的幅度非常小，对业务的影响较小，这是由于存货质押融资利率的提升会导致预期的资金风险提升，相应的最佳资金机会收益率也会有所降低。

4.2.4 自有资金保有量敏感性分析

把零售商自有资金的变化范围设置为 0~400 元进行敏感性分析，自有资金保有量与四大关键指标的敏感性关系如图 5 所示。由图 5 可知，随着零售商自有资金的改变，四项关键指标均有大幅的变动，可见零售商自有资金是一个敏感性因素。

(1) 随着零售商自有资金保有量的提升，零售商最佳订货批量不断提升。结合实际业务，随着零售商自有资金不断提升，零售商可调用的资金不断增加，可用于订货的资金不断增加，故而最佳订货批量会有所上浮。

(2) 随着零售商自有资金保有量的提升，最佳资金机会收益率会有所提升。但零售商最大期望利润呈现降低趋势，可见随着零售商自有资金的增加，供应商提供的贸易信用期对于零售商的吸引

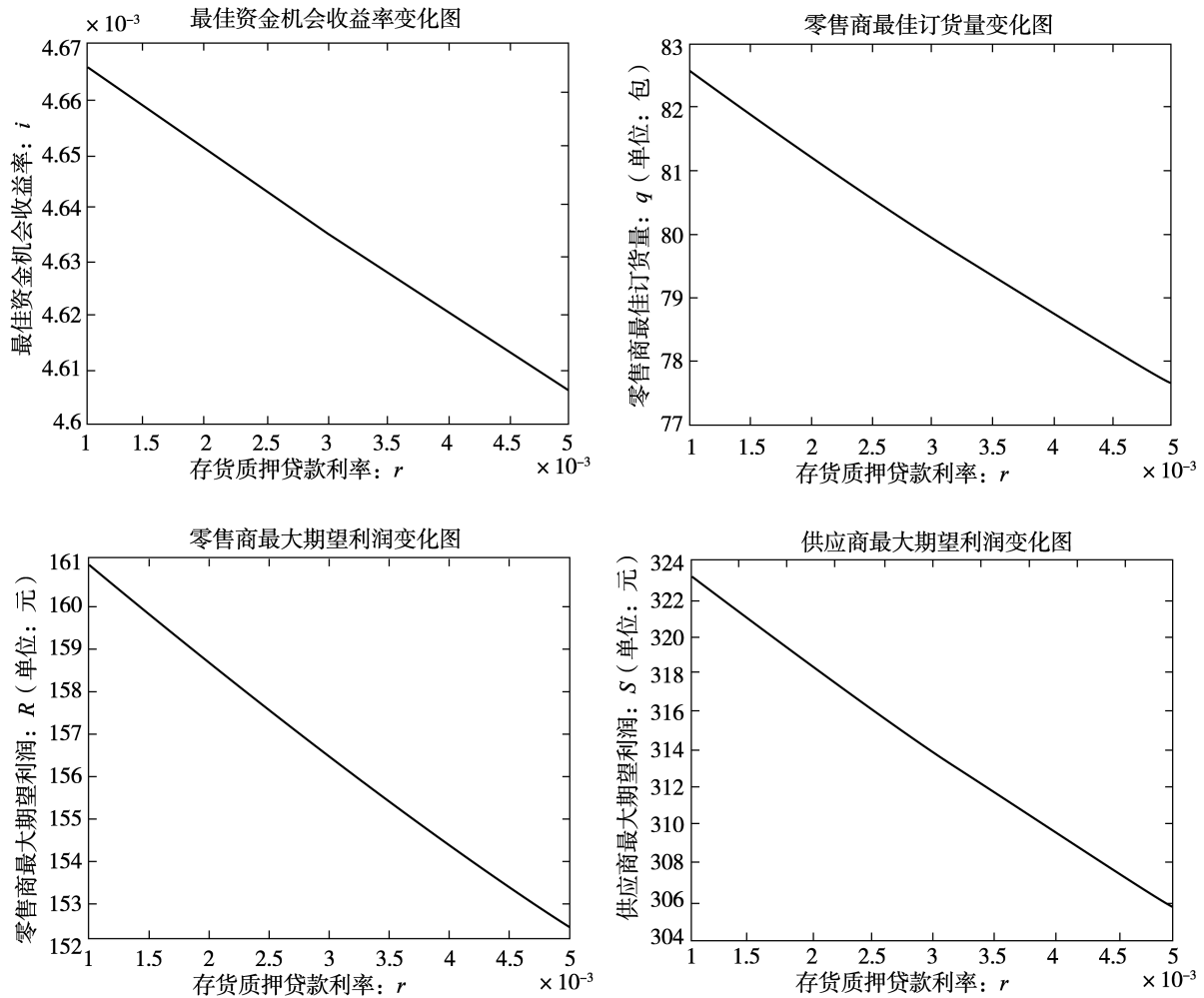


图4 存货质押贷款利率的敏感性

力会有所降低,并且零售商的预期收益会有所降低。结合现实,在实际业务中,拥有大量自有资金的零售商,由于大订货批量带来资金风险过高,反而会倾向于减少订货批量以控制风险,实际订货批量会低于最佳订货批量。

(3) 不同于零售商最大期望利润呈现下降趋势,随着零售商自有资金的提升,供应商最大期望利润会有所上升,这是由于随着零售商自有资金的增加,在资金支持下,供应商会倾向于认为零售商会增大订货批量,进而供应商会获取更大的利润。

可以看出,零售商自有资金在资金约束条件下的零售商订货决策中扮演着很重要的角色,对零售商订货决策会产生很大的影响,并且这一因素也会影响供应商的销售策略。而在现有的研究文献中,零售商的自有资金这一因素往往会被忽视,考虑这一因素对于供应商与零售商的影响,更加贴近真实的交易环境。

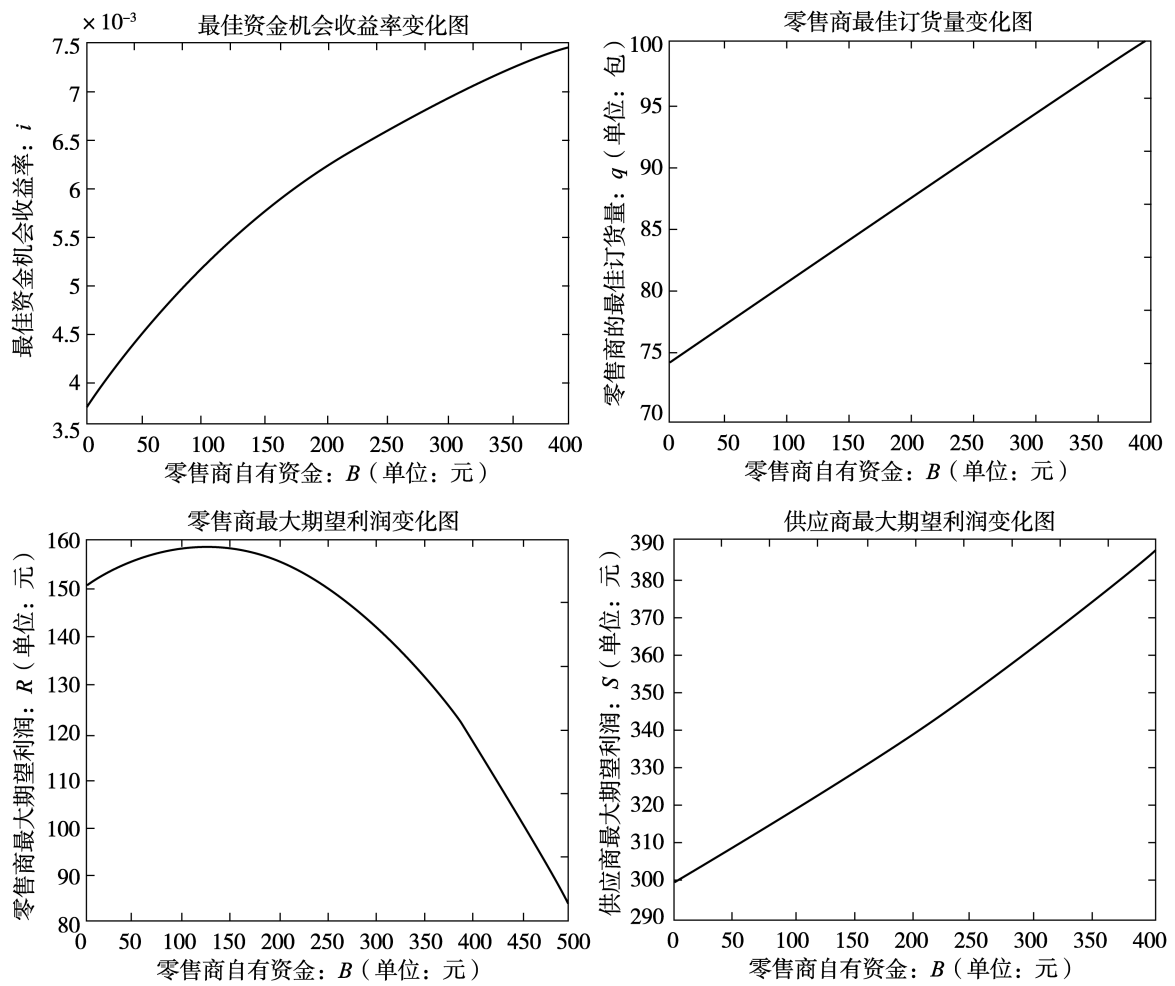


图 5 零售商自有资金保有量的敏感性

4.2.5 商品残值的敏感性分析

把商品残值的变化范围设为 1~4 元进行敏感性分析，结果如图 6 所示。随着商品残值的改变，四项关键指标均有大幅的变动，可见商品残值是一个敏感性因素。

(1) 随着商品残值的提升，零售商与供应商的最大期望利润及最佳订货批量将会有所提升，且幅度较大。可见，商品残值对于零售商与供应商的最大期望利润及最佳订货批量会有一定的影响。结合实际，在实际业务中，商品残值的提升意味着零售商的订货资金风险将会有所降低，即使商品无法售出，也能将货物残值变现，减少由于市场波动风险造成的资金损失。但是这对于残值收入占采购价格比例较小商品的影响较小。

(2) 随着商品残值的提升，资金的最佳收益率有所降低，但幅度很小。可见，商品残值对于资金最佳收益率有一定影响，但作用不大。结合实际业务，商品残值的提升降低了零售商的订货资金

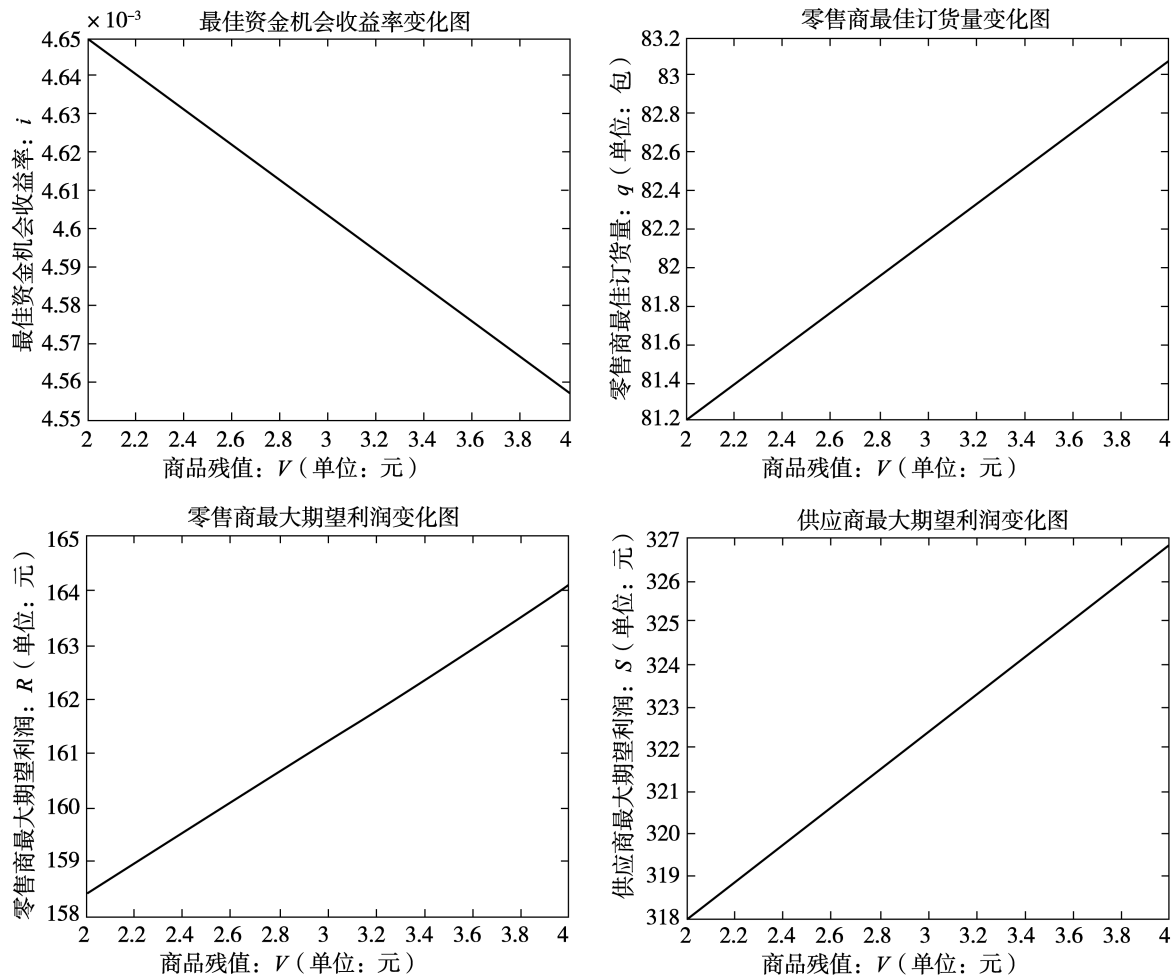


图6 商品残值的敏感性

风险, 供应商为零售商分担的贷款资金风险有所降低。

4.2.6 销售周期敏感性分析

把商品销售周期的变化范围设为 50~90 天进行敏感性分析, 结果如图 7 所示。随着商品销售周期的改变, 四项关键指标均有变动, 可见商品销售周期是一个敏感性因素。在实际制定订货决策时, 中小零售商需要考虑产品销售周期变化的影响, 如受到天气或人为活动影响, 销售期缩短或货款回收时间延长等。

随着商品销售周期的增长, 零售商最大期望利润、供应商最大期望利润、最佳订货批量及最佳资金机会收益率均有所降低。这表明, 在销售时间充裕时, 商品积压的风险会有所降低, 供应商为零售商分摊的资金风险有所降低, 商业信用期所带来的最佳资金机会收益率随之降低, 进而零售商最大期望利润会有所降低。考虑到最大期望利润有所降低, 零售商在订货时会倾向于降低最佳订货

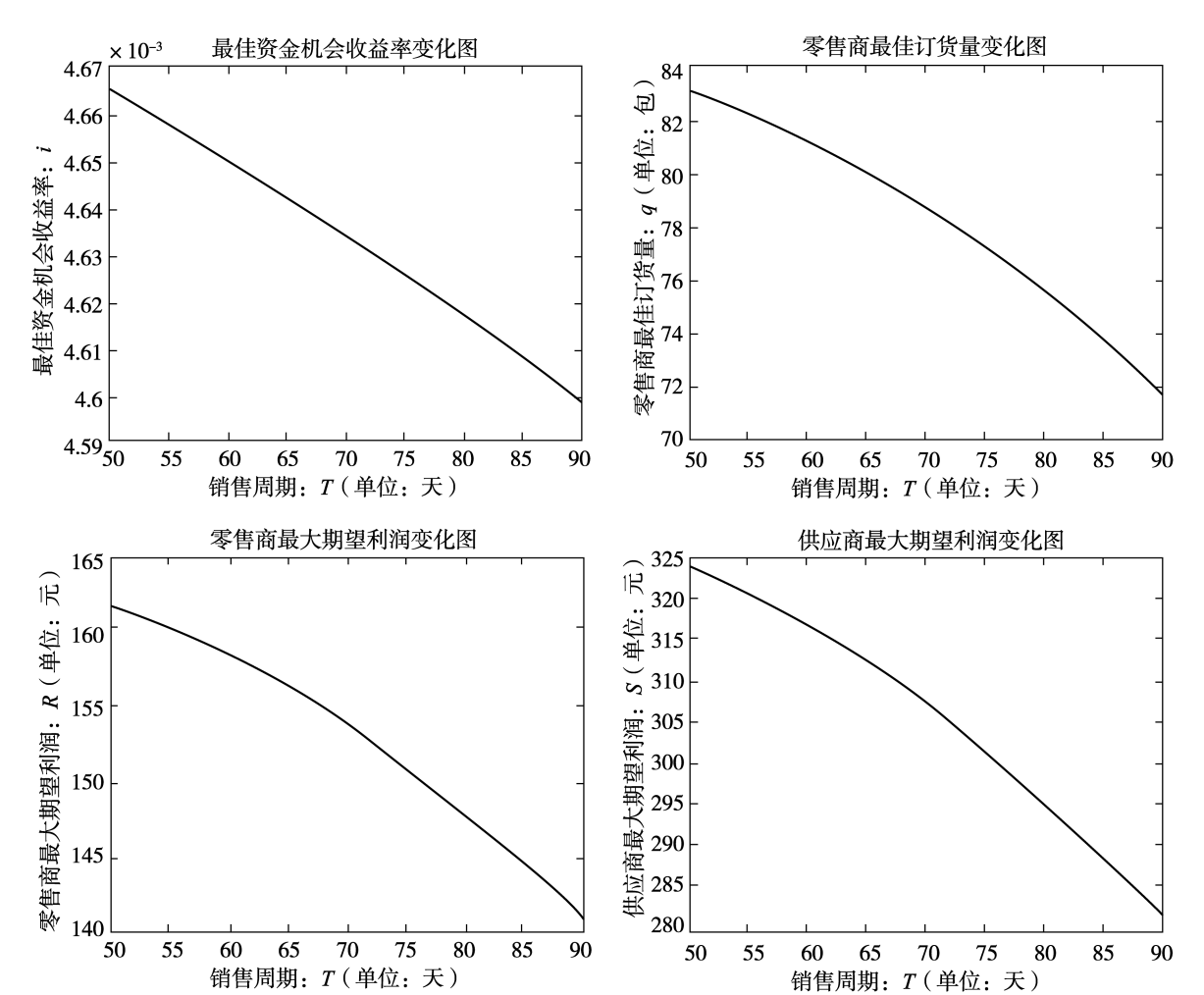


图 7 销售周期的敏感性

批量，进而影响供应商的期望利润。

4.2.7 商品售价的敏感性分析

假设商品售价的变化范围为 11~15 元，商品售价发生变化时，对四个关键指标的影响如图 8 所示。

(1) 随着商品售价的提高，最佳资金机会收益率会不断降低，这表明在零售商单件商品利润较高时，供应商可能在提供商业信用期时收取一定的费用，在这种影响下，零售商自身承担的资金风险有所提升，故而为了控制风险，最佳订货批量也会减少。

(2) 随着商品售价的提升，零售商与供应商的最大期望利润呈现出一致的趋势，即先下降后上升。在商品售价提升前期，最佳机会收益率的降低，会导致零售商最大期望利润降低，但当售价提升到一定程度时，将会抵消最佳机会收益率降低的影响，致使零售商最大期望利润不断增加。受到零售商最大期望利润波动的影响，供应商的最大期望利润也会有所波动。

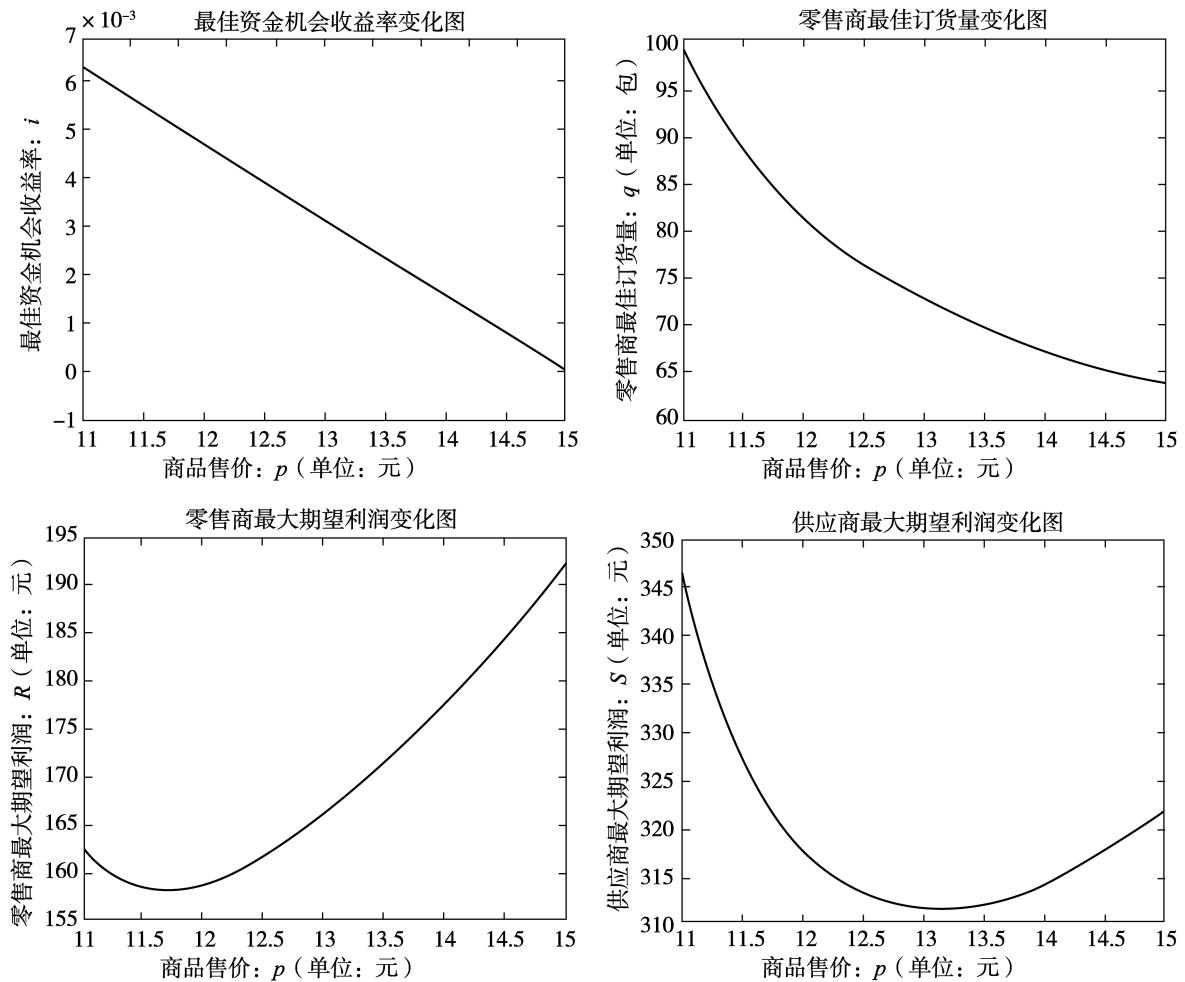


图8 商品售价的敏感性

由图8可知,随着商品售价的改变,四项关键指标均有大幅的变动,可见商品售价是一个敏感性因素。在实际业务中,中小零售商在进行订货决策时,需要考虑商品售价变动带来的影响。

5. 结论与展望

在现有研究文献基础上,本文将单一融资模式拓展为混合融资模式,探讨了存货质押融资与信用延期支付混合融资模式下的中小零售企业的订货决策问题,具有一定理论创新性和现实指导意义。中小零售企业为实现最优的订货决策,在与供应商签订购货合同时,可重点考虑如下几个因素:

- (1) 在确定采购价格时,一方面需要考虑采购价格给最佳订货批量带来的影响,另一方面又需

要平衡采购价格对供应商最大期望利润的影响。为了使买卖双方在采购价格上达成一致,可由商业信用服务所需的利率作为调节点,例如在采购价格定得过低时,供应商在提供商业信用时可以收取一定费用,这样可以保障供应商最大期望利润不至过低,并且零售商最大期望利润也可以保持在高位。

(2) 在确定信用期限时,一方面要考虑到延长信用期可以提升供应商与零售商的最大期望利润,另一方面也要考虑到信用期的存在,会将零售商的资金风险转移到供应商身上,信用期限过长会影响整条供应链的资金安全。因此,可以采取在信用期过长时收取零售商一定费用的方式,平衡零售商与供应商在商业信用条件下的资金风险。

(3) 在商定存货质押融资利率时,零售商需要向第三方物流企业与银行争取较低的利率。利率的降低,可以提升零售商最大期望利润、提升订货批量,进而提升供应商的最大期望利润。

(4) 在处理滞销商品时,要提升商品的残值变现能力与价格。这直接影响零售商与供应商最大期望利润的提升,并且对增加零售商最佳订货量有一定的影响。

(5) 结合本文对零售商自有资金的敏感性分析,在零售商自有资金提升时,零售商与供应商对订货批量会呈现两种截然相反的预期。故而在订货合同签订时,为了能够获取供应商商业信用期带来的更大资金机会收益率,零售商会倾向于隐瞒真实的自有资金保有量,这会带来零售商与供应商之间道德风险。为了避免隐瞒行为导致双方合作关系的破裂,供应商需要采取一定的措施,不仅要积极鼓励零售商提升订货批量(例如增加订货折扣),也要把握零售商可靠的自有资金状况。

本文的研究存在一定的局限性。本文基于单周期报童模型,缺乏对多周期的探索,在今后的研究中需要对多周期订货模型进行研究。同时,为了简化分析,本文假定信息是完全的,但在企业的实际运作中,供应链中的信息通常是不对称的,对不完全信息条件下模型需要进一步探索。另外,本文主要考虑了供应商与零售商之间的博弈,从供应链内部视角观察影响零售企业订货决策的因素,但在存货质押融资时引入了供应链外的第三方物流企业及银行,因此,从供应链集中决策视角探索影响零售企业订货决策的因素是需要进一步研究的问题。

◎ 参考文献

- [1] 陈祥峰,朱道立. 资金约束供应链中物流提供商的系统价值研究 [J]. 系统工程学报, 2008, 23 (6).
- [2] 江玮璠. 基于存货质押的库存管理研究 [J]. 数学的实践与认识, 2013, 43 (2).
- [3] 孔伟,马中华. 贸易信用及存货质押融资下供应链的协调策略 [J]. 工业工程与管理, 2014, 19 (1).
- [4] 李毅学,汪寿阳,冯耕中. 物流金融中季节性存货质押融资质押率决策 [J]. 管理科学学报, 2011, 14 (11).
- [5] 刘涛,李帮义,公彦德. 商务信用下的供应链协调策略及其测度 [J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30 (8).

- [6] 沈建男, 邵晓峰. 考虑产品竞争下资金约束制造商的运营策略与付款选择研究 [J]. 管理工程学报, 2021 (5).
- [7] 束依睿. 资金约束制造商二级供应链混合融资订购决策 [J]. 经济数学, 2019, 36 (4).
- [8] 夏海洋, 黄培清. 允许延期支付条件下考虑营销投入水平的退化性商品库存模型 [J]. 中国管理科学, 2008 (4).
- [9] 徐鹏, 王勇. 存货质押融资业务下的经济订货批量模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31 (11).
- [10] 徐贤浩, 邓晨, 彭红霞. 基于供应链金融的随机需求条件下的订货策略 [J]. 中国管理科学, 2011, 19 (2).
- [11] 杨宏林, 彭诗雨, 袁际军. 零售商混合融资模式下的双渠道供应链订购决策 [J]. 计算机集成制造系统, 2022, 28 (3).
- [12] 杨睿琳, 曾小燕, 钟远光, 周永务. 订单转保理融资模式下考虑零售商竞争的融资和库存决策研究 [J]. 管理工程学报, 2022, 36 (4).
- [13] 占济舟, 卢锐. 零售商采购资金约束下供应链融资方式的选择策略研究 [J]. 管理工程学报, 2016, 30 (3).
- [14] 张钦红, 赵泉午. 需求随机时的存货质押贷款质押率决策研究 [J]. 中国管理科学, 2010, 18 (5).
- [15] 张义刚, 唐小我. 现金折扣和资金约束下的零售商延迟支付订货策略 [J]. 系统工程, 2009, 27 (1).
- [16] 张媛媛, 李建斌. 库存商品融资下的库存优化管理 [J]. 系统工程理论与实践, 2008 (9).
- [17] 朱文贵, 朱道立, 徐最. 延迟支付方式下的存货质押融资服务定价模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2007 (12).
- [18] Aggarwal, S. P., Jaggi C. K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 46 (5).
- [19] Buzacott, J. A., Zhang, R. Q. Inventory management with asset-based financing [J]. Management Science, 2004 (9).
- [20] Chung, K. -J. A theorem on the determination of economic order quantity under conditions of permissible delay in payments [J]. Computers & Operations Research, 1998, 25 (1).
- [21] Goyal, S. K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 1985, 36 (4).
- [22] Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., Wang, S. Optimal payment time for a retailer under permitted delay of payment by the wholesaler [J]. International Journal of Production Economics, 2000, 66 (1).
- [23] Song, X. P. S. X., Cai, X. Q. C. X. On optimal payment time for a retailer under permitted delay of payment by the wholesaler [J]. International Journal of Production Economics, 2006 (1).

Research on Ordering Decisions of Small and Medium-sized Retail Enterprises under Mixed Financing Mode

Wu Yongmin^{1,2} Chen Kaiyue³

(1 Center for Quantitative Economics, Jilin University, 130015;

2 School of Business and Management, Jilin University, 130015;

3 CEVA Freight International Logistics Co., Ltd. 200082)

Abstract: Supply finance has opened up a new way to alleviate the financing difficulties of small and medium-sized retail enterprises. Based on the Newsboy Model of Stackelberg Game, this paper combines the commercial credit of supply finance with inventory pledge, establishes an order decision model of small and medium-sized retail enterprises under the mixed financing mode, and examines the order decision problem of small and medium-sized retail enterprises under the condition of random market demand. Through specific case analysis and parameter sensitivity analysis, it can be seen that under the mixed financing mode, retail enterprises' purchase price, credit period, inventory pledge financing interest rate, self owned capital retention, commodity residual value, sales cycle and commodity price significantly affect the optimal ordering decision of small and medium-sized retail enterprises.

Key words: Small and medium-sized retail enterprises; Mixed financing mode; Ordering decision

专业主编: 许明辉

附录: 模型求解过程与结果

令供应商和零售商的期望利润函数的一阶导数等于零, 可得到模型的最优解, 即:

$$\frac{\partial S}{\partial i} = (w - c - iwM) \frac{\partial q}{\partial i} - wqM + MB = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial q} = & v \left[\int_{\beta_1 q - K}^q f(x) dx - \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K + q - \beta_1 q) \right] - \int_{\beta_1 q - K}^{\beta_2 q - U} w f(x) (a + 1) dx - \int_{\beta_1 q - K}^q w f(x) dx + \\ & v \left[\int_{\beta_2 q - U}^{\beta_1 q - K} f(x) dx + \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K + q - \beta_1 q) - \beta_2 f(\beta_2 q - U) (U + q - \beta_2 q) \right] + p \int_q^\infty f(x) dx + \\ & \beta_1 f(\beta_1 q - K) \{ B + (a + 1) [qw - B + bp(K - \beta_1 q)] - bp(K - \beta_1 q) \} + \beta_1 qw f(\beta_1 q - K) - \\ & p [\beta_1 f(\beta_1 q - K) (K - \beta_1 q) - \beta_2 f(\beta_2 q - U) (U - \beta_2 q)] - pq f(q) - \int_q^\infty w f(x) dx - \\ & \beta_2 f(\beta_2 q - U) [B + (a + 1) (qw - B + bp(U - \beta_2 q)) - bp(U - \beta_2 q)] + Miw + \\ & p [q f(q) + \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K - \beta_1 q)] \end{aligned}$$

令 $\frac{\partial R}{\partial q} = 0$, 则设 θ 可表示下式, 即:

$$\theta = v \left[\int_{\beta_1 q - K}^q f(x) dx - \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K + q - \beta_1 q) \right] - \int_{\beta_1 q - K}^{\beta_2 q - U} w f(x) (a + 1) dx - \int_{\beta_1 q - K}^q w f(x) dx +$$

$$\begin{aligned}
 & v \left[\int_{\beta_2 q - U}^{\beta_1 q - K} f(x) dx + \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K + q - \beta_1 q) - \beta_2 f(\beta_2 q - U) (U + q - \beta_2 q) \right] + p \int_q^\infty f(x) dx + \\
 & \beta_1 f(\beta_1 q - K) \{ B + (a + 1) [qw - B + bp(K - \beta_1 q)] - bp(K - \beta_1 q) \} + \beta_1 qw f(\beta_1 q - K) - \\
 & p [\beta_1 f(\beta_1 q - K) (K - \beta_1 q) - \beta_2 f(\beta_2 q - U) (U - \beta_2 q)] - pq f(q) - \int_q^\infty w f(x) dx - \\
 & \beta_2 f(\beta_2 q - U) [B + (a + 1) (qw - B + bp(U - \beta_2 q)) - bp(U - \beta_2 q)] + Miw + \\
 & p [q f(q) + \beta_1 f(\beta_1 q - K) (K - \beta_1 q)]
 \end{aligned}$$

i 可以表示为:

$$\begin{aligned}
 i &= \frac{-\theta}{wM} \\
 \frac{\partial i}{\partial q} &= \frac{-v(\beta_1 f(\beta_1 q - K) - \beta_2 f(\beta_2 q - U)) - w[f(q) - \beta_1 f(\beta_1 q - K)] + ab\beta_2^2 p f(\beta_2 q - U) + w f(q) - p f(q) -}{wM} \\
 & \frac{\beta_2^2 p f(\beta_2 q - U) + \beta_2^2 v f(\beta_2 q - U) + 2\beta_1 w f(\beta_1 q - K) - \beta_2 v f(\beta_2 q - U) + w[\beta_1 f(\beta_1 q - K) + a\beta_1 w f(\beta_1 q - K) +}{wM} \\
 & \frac{v[f(q) - \beta_1 f(\beta_1 q - K)] - a\beta_2 w f(\beta_2 q - U) + Ba\beta_2^2 f'(\beta_2 q - U) - \beta_2 w f(\beta_2 q - U) - Ba\beta_1^2 f'(\beta_1 q - K) +}{wM} \\
 & \frac{ab\beta_2^3 p q f'(\beta_2 q - U) + 2\beta_1^2 q w f'(\beta_1 q - K) - U\beta_2^2 v f'(\beta_2 q - U) - \beta_2^3 p q f'(\beta_2 q - U) - \beta_2^2 q v f'(\beta_2 q - U) +}{wM} \\
 & \frac{\beta_2^3 q v f'(\beta_2 q - U) - q w f'(\beta_2 q - U) - \beta_2 f(\beta_2 q - U)](a + 1) + a\beta_1^2 q w f'(\beta_1 q - K) + Kab\beta_1^2 p f'(\beta_1 q - K) -}{wM} \\
 & \frac{a\beta_2^2 q w f'(\beta_2 q - U) - ab\beta_1^2 p f(\beta_1 q - K) - ab\beta_1^3 p q f'(\beta_1 q - K) + U\beta_2^2 p f'(\beta_2 q - U) - Uab\beta_2^2 p f'(\beta_2 q - U)}{wM}
 \end{aligned}$$

因此有:

$$\frac{\partial q}{\partial i} = \frac{1}{\frac{\partial i}{\partial q}}$$

令:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= -v(\beta_1 f(\beta_1 q - K) - \beta_2 f(\beta_2 q - U)) - w[f(q) - \beta_1 f(\beta_1 q - K)] + ab\beta_2^2 p f(\beta_2 q - U) + w f(q) - \\
 & p f(q) - \beta_2^2 p f(\beta_2 q - U) + \beta_2^2 v f(\beta_2 q - U) + 2\beta_1 w f(\beta_1 q - K) - \beta_2 v f(\beta_2 q - U) + w[\beta_1 f(\beta_1 q - K) + \\
 & a\beta_1 w f(\beta_1 q - K) + v[f(q) - \beta_1 f(\beta_1 q - K)] - a\beta_2 w f(\beta_2 q - U) + Ba\beta_2^2 f'(\beta_2 q - U) - \beta_2 w f(\beta_2 q - U) - \\
 & Ba\beta_1^2 f'(\beta_1 q - K) + ab\beta_2^3 p q f'(\beta_2 q - U) + 2\beta_1^2 q w f'(\beta_1 q - K) - U\beta_2^2 v f'(\beta_2 q - U) - \\
 & \beta_2^3 p q f'(\beta_2 q - U) - \beta_2^2 q v f'(\beta_2 q - U) + \beta_2^3 q v f'(\beta_2 q - U) - q w f'(\beta_2 q - U) - \beta_2 f(\beta_2 q - U)](a + 1) + \\
 & a\beta_1^2 q w f'(\beta_1 q - K) + Kab\beta_1^2 p f'(\beta_1 q - K) - a\beta_2^2 q w f'(\beta_2 q - U) - ab\beta_1^2 p f(\beta_1 q - K) - \\
 & ab\beta_1^3 p q f'(\beta_1 q - K) + U\beta_2^2 p f'(\beta_2 q - U) - Uab\beta_2^2 p f'(\beta_2 q - U)
 \end{aligned}$$

即:

$$i = \frac{w - c - q\alpha + \frac{B\alpha}{w}}{wM}$$

此时, 供应商与零售商可以达到最大期望利润。